

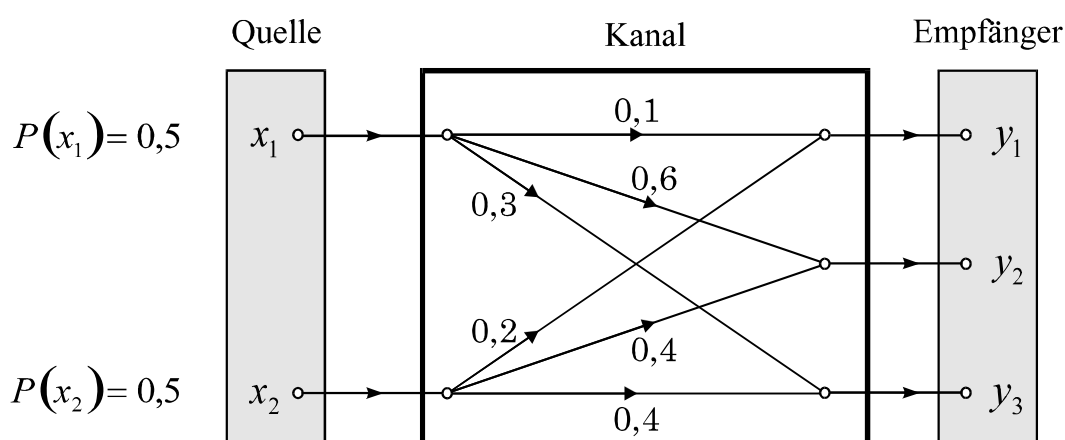


# Informationstheorie

## Aufgabe 1:

Ein unsymmetrisch gestörter Nachrichtenkanal wird von einer symmetrischen Quelle mit den Symbolen  $x_1 = 1$  und  $x_2 = -1$  gespeist. Beide Symbole mögen mit den Wahrscheinlichkeit  $P(x_1) = 0,5$  und  $P(x_2) = 0,5$  auftreten.

Das Alphabet des Empfängers am Kanalausgang besteht aus den drei Zeichen  $y_1 = 1$ ,  $y_2 = 0$  und  $y_3 = -1$ . Die Übergangswahrscheinlichkeiten  $P(y_j | x_i)$  entnehme man folgender Skizze.

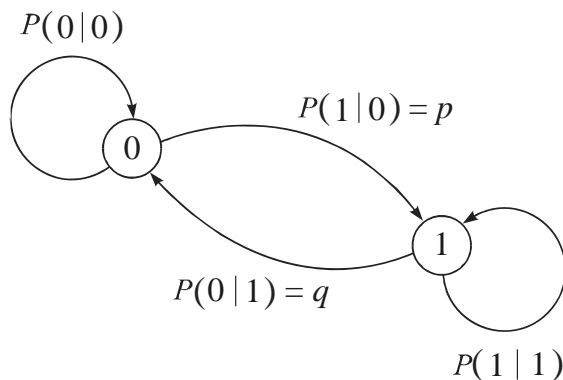


- Ermitteln Sie mit Hilfe des „Satzes von der totalen Wahrscheinlichkeit“ die Wahrscheinlichkeiten  $P(y_j)$  für  $j = 1, 2, 3$ . [ $P(y_1) = 0,15$ ,  $P(y_2) = 0,5$ ,  $P(y_3) = 0,35$ ]
- Bestimmen Sie die Quellenentropie  $H(X)$  und die Sinkenentropie  $H(Y)$ .  
[ $H(X) = 1$  bit/Symbol,  $H(Y) = 1,4406$  bit/Symbol]
- Berechnen Sie die Irrelevanz  $H(Y|X)$  und die Äquivokation  $H(X|Y)$ .  
[ $H(Y|X) = 1,4087$  bit/Symbol,  $H(X|Y) = 0,9681$  bit/Symbol]
- Berechnen Sie die Transinformation  $T$ . [ $T = 0,0319$  bit/Symbol]
- Die Quelle gibt ihre beiden Zeichen  $x_1 = 1$  und  $x_2 = -1$  als Rechteckimpulse ab, deren Symboldauer  $\tau_1 = \tau_2 = 10 \mu\text{s}$  betragen soll. Welchen 3dB-Grenzfrequenz  $f_g$  muß der Tiefpaßübertragungskanal mindestens haben, damit die Impulsform weitgehend erhalten bleibt? [ $f_g = 100$  kHz]

Welche Übertragungsdauer  $\Delta t$  ist bei der Transinformation nach d) notwendig, um eine Informationsmenge von  $I = 319$  Mbit an den Empfänger zu leiten? [ $\Delta t = 10^5$  s]

**Aufgabe 2:**

Eine binäre Markoff-Quelle 1. Ordnung werde durch folgendes Zustandsdiagramm beschrieben.



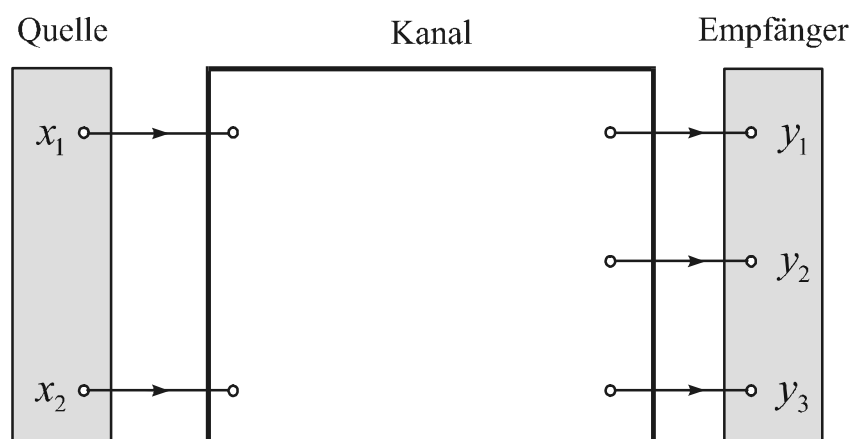
- a) Bestimmen Sie die zwei fehlenden Vorwärts-Übergangswahrscheinlichkeiten.  
[  $P(0|0) = 1 - p$ ,  $P(1|1) = 1 - q$  ]
- b) Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten  $P(0)$  und  $P(1)$ ?  
[  $P(0) = q/(p + q)$ ,  $P(1) = p/(p + q)$  ]
- c) Berechnen Sie die Entropie der Nachrichtenquelle  $H(p, q)$  als Funktion der Wahrscheinlichkeiten  $p$  und  $q$ .  
[  $H(p, q) = \text{ld}(p + q) - (p \text{ ld } p + q \text{ ld } q)/(p + q)$  ]
- d) Für welchen Wert von  $p$  wird die Entropie aus c) maximal, falls  $p + q = 0,8$  gilt? Wie groß sind jetzt die Wahrscheinlichkeiten  $P(0)$  und  $P(1)$ ?  
[  $p = q = 0,4$ ,  $P(0) = P(1) = 0,5$  ]

**Aufgabe 3:**

Ein gestörter Nachrichtenkanal wird von einer symmetrischen Binärquelle mit den Zeichen  $x_1$  und  $x_2$  gespeist. Beide Symbole treten mit den Wahrscheinlichkeiten  $P(x_1) = P(x_2) = 0,5$  auf. Der Kanal wird durch seine Kanalmatrix mit den Fehlerwahrscheinlichkeiten  $p$  und  $q$  beschrieben:

$$P(Y|X) = \begin{pmatrix} P(y_1|x_1) & P(y_2|x_1) & P(y_3|x_1) \\ P(y_1|x_2) & P(y_2|x_2) & P(y_3|x_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-p-q & q & p \\ p & q & 1-p-q \end{pmatrix}$$

- a) Tragen Sie alle sechs Übergangswahrscheinlichkeiten in folgendes Kanaldiagramm direkt auf dem Arbeitsblatt ein.



- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten  $P(y_1)$ ,  $P(y_2)$  und  $P(y_3)$  der Zeichen am Kanalausgang. [  $P(y_1) = P(y_3) = (1-q)/2$  und  $P(y_2) = q$  ]
- c) Berechnen Sie die Sinkenentropie  $H(Y)$ .  
[  $H(Y) = (1-q) \lg[2/(1-q)] - q \lg q$  ]
- d) Zeigen Sie, dass die Irrelevanz wie folgt geschrieben werden kann:

$$H(Y|X) = -(1-p-q) \lg(1-p-q) - q \lg q - p \lg p.$$

- e) Berechnen Sie mit den Ergebnissen aus c) und d) die Transinformation  $T$  für obigen Kanal.

$$\left[ T = 1 - q + (1-p-q) \lg \frac{1-p-q}{1-q} + p \lg \frac{p}{1-q} \right]$$

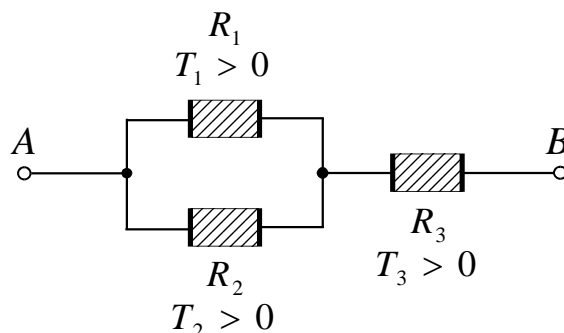
- f) Welche Transinformation stellt sich speziell für  $p = 0$  ein? [  $T(p=0) = 1 - q$  ]



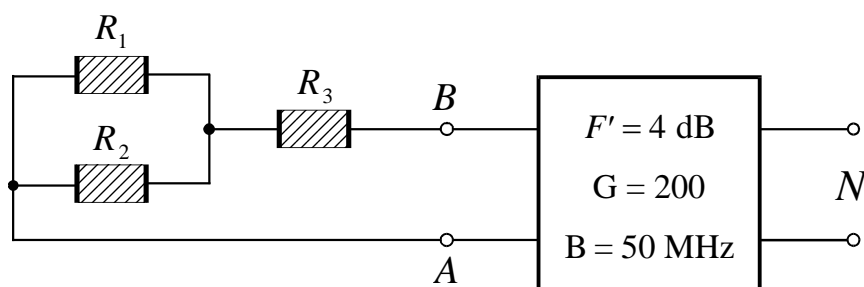
## Rauschen

### Aufgabe 1:

Folgendes Netzwerk aus den ohmschen Widerständen  $R_1, R_2, R_3$  mit den jeweiligen Einzelrauschetemperaturen  $T_1, T_2, T_3$  ist hinsichtlich seiner Rauscheigenschaften zu untersuchen. Es wird weißes thermisches Rauschen der Bandbreite  $B$  angenommen.

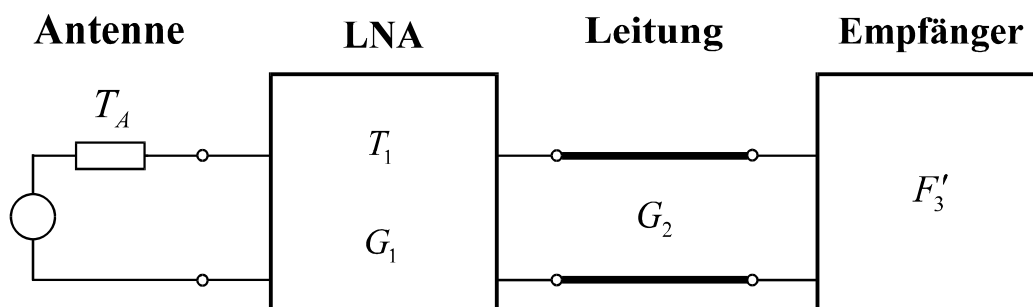


- Bestimmen Sie bezüglich der Klemmen  $A$  und  $B$  die Leerlaufspannung und den Innenwiderstand der Rausch-Ersatzspannungsquelle obiger Anordnung. Skizzieren Sie die resultierende Ersatzschaltung.
- Es gelte nun  $R_1 = R_2 = R_0$ . Für welchen Wert von  $R_3$  nimmt die Gesamtrauschetemperatur den Wert  $T = (T_1 + T_2 + T_3)/3$  an? [ $R_3 = R_0/4$ ]
- Nehmen Sie jetzt an, daß alle drei Widerstände sich auf Umgebungstemperatur  $T_1 = T_2 = T_3 = T_0 = 290$  K befinden. Welche Rauschleistung  $N$  (Zahlenwert in Watt) können Sie am Ausgang folgender Schaltung mit einem rauschfreien Meßgerät messen? [ $N = 100,6$  pW]



**Aufgabe 2:**

Eine Antenne mit der Rauschtemperatur von 60 K speist direkt den rauscharmen Vorverstärker (LNA) eines Empfängers. Der LNA besitzt eine Verstärkung von 45 dB und eine Rauschtemperatur von 120 K. Zwischen dem LNA und dem eigentlichen Empfänger tritt eine Leitungsdämpfung von 2 dB auf. Die Rauschzahl des Empfängers beträgt 9 dB.



- Welche Rauschtemperatur besitzt das gesamte System bezogen auf den Eingang des LNA? [ $T_E = 180,1$  K]
- Welcher Effekt tritt ein, wenn man den LNA und das Leitungsstück miteinander vertauscht? [ $T_E$  wird wesentlich höher.]



## Richtfunk- und Satellitensysteme

### Aufgabe 1:

Das am Äquator gelegene Ausleuchtungsgebiet eines „spot beams“ auf der Erdoberfläche soll bei der Radiofrequenz  $f_d = 4$  GHz dimensioniert werden. Der Abstand des geostationären Satelliten zum Ausleuchtungszenentrum betrage  $d = 35\,786$  km, d.h. die Sendeantenne im Satelliten weise senkrecht nach unten. Ihr Strahlungsdiagramm sei rotationssymmetrisch.

a) Die Hauptkeule der verwendeten Parabolantenne an Bord des Satelliten schneidet mit ihrem 3-dB-Kreis ein kreisförmig berandetes Ausleuchtungsgebiet aus der Erdoberfläche heraus, das näherungsweise als eben angenommen werden kann. Zeigen Sie, dass die Parabolantenne eine Halbwertsbreite von  $\Delta\vartheta = 2^\circ$  aufweisen muss, damit das so definierte Ausleuchtungsgebiet einen Durchmesser von  $s = 1250$  km besitzt.

b) Welchen Gewinn  $g$ /dBi und welchen Durchmesser  $D$  hat diese Bordantenne?

$$[g = 39,9 \text{ dBi}, D = 3,32 \text{ m}]$$

c) Welche eirp/dBW benötigt die Bordantenne, damit sich im Zentrum des Ausleuchtungsgebiets eine Strahlungsleistungsdichte von  $S = 15,6$  pW/m<sup>2</sup> einstellt? [*eirp* = 54 dBW]

Welche Strahlungsleistungsdichte kann ein Beobachter am Rand des Ausleuchtungsgebiets noch messen? [ $S_{Rand} = 7,8$  pW/m<sup>2</sup>]

d) Eine Parabolantenne am Rand des Ausleuchtgebiets soll die gleiche Leistung  $P_E$  empfangen wie eine im Zentrum des Ausleuchtgebiets. Um wie viel Prozent muss der Aperturdurchmesser der „Randantenne“ daher größer gewählt werden als derjenige der „Zentrumsantenne“? (Nehmen Sie vereinfachend an, dass beide Antennen gleichen Flächenwirkungsgrad  $q$  besitzen.)

$$[D_{Rand} = \sqrt{2} \cdot D_{Zentrum}]$$

e) Welche von der Bordantenne abgestrahlte Leistung  $P_s$  muss der Satellit mit einem Antennengewinn nach b) aufbringen, um die EIRP nach c) zu gewährleisten? [ $P_s = 25,9$  W]

**Aufgabe 2:**

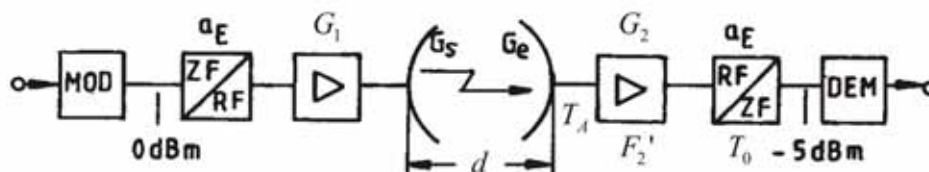
Die Raumsonde Galileo sei am Planeten Jupiter angelangt.

- Die Entfernung zwischen Raumsonde und Erde betrage  $d = 630 \cdot 10^6$  km.
  - Die Radiofrequenz der Übertragungsstrecke von der Raumsonde zur Bodenstation betrage  $f = 5,41$  GHz, und die HF-Bandbreite sei  $B_{\text{HF}} = 5$  MHz.
  - Es soll von idealem, ungestörtem Funkfeld ausgegangen werden.
- a) Welche EIRP muß die Raumsonde aufweisen, damit die Bodenstation eine Empfängereingangsleistung von  $P_E = 3,162 \cdot 10^{-17}$  W detektiert?  
Gehen Sie bei der Bodenstation von einer Reflektorantenne mit Durchmesser  $D_E = 32$  m und Flächenwirkungsgrad  $q_E = 80$  % aus. [ $EIRP = 242,38$  kW]
- b) Die Sendeleistung an Bord der Raumsonde sei auf  $P_S = 100$  W begrenzt. Welchen Aperturdurchmesser  $D_S$  muß die Reflektorantenne an Bord des Satelliten zur Realisierung der erforderlichen EIRP aufweisen, wenn ihr Flächenwirkungsgrad mit  $q_S = 50$  % abgeschätzt werden kann? Wie groß ist dann ihre Halbwertsbreite? [ $D_S = 1,228$  m,  $\Delta \vartheta = 4^\circ$ ]
- c) Die effektive Systemrauschtemperatur der Bodenstation sei  $T = 50$  K. Welcher HF-Störabstand  $(S/N)/\text{dB}$  stellt sich daher am Empfängerenausgang ein?  
Welche Kanalkapazität  $C$  weist die Übertragungsstrecke auf? Wie groß ist dann die minimale Übertragungsdauer  $\Delta t$  eines Fernsehbildes, das eine Informationsmenge von  $I = 3 \cdot 10^6$  bit beinhaltet? Vergleichen Sie diese Übertragungsdauer mit der Laufzeit  $\tau$  eines Impulses auf der Übertragungsstrecke.  
[[ $(S/N)/\text{dB} = -20,382$ ,  $C = 65,764$  kbit/s,  $\Delta t = 45,6$  s,  $\tau = 2101$  s =  $46,1 \cdot \Delta t$ ]
- d) Die Kanalkapazität der Übertragungsstrecke Jupiter  $\rightarrow$  Erde ist so gering, daß eine Echtzeitübertragung von qualitativ hochwertigen Fernseh Bildern nicht in Frage kommt. Welches Bandbreitekompressionsverhältnis  $B_{\text{HF}}/B_{\text{NF}}$  wäre notwendig, um nach der Demodulation einen NF-Störabstand von 30 dB zu erhalten? [ $B_{\text{HF}}/B_{\text{NF}} = 757,8$ ]
- e) Die Richtantenne an Bord der Raumsonde sei beschädigt. Eine Verbindung mit der Bodenstation kann jetzt nur noch über einen ebenfalls vorhandenen isotropen Rundstrahler erfolgen. Welche Kanalkapazität weist die Übertragungsstrecke jetzt auf? [ $C = 27,25$  bit/s]  
Um welchen Faktor muß sich daher die Datenübertragung mindestens verlangsamen, wenn ein Informationsverlust vermieden werden soll? [2413]

**Aufgabe 3:**

Das in der Abbildung dargestellt Richtfunksystem hat die folgenden Daten:

- Leistungspegel am Modulatorausgang:  $p_m = 0 \text{ dBm}$
- Einfügungsdämpfung pro Frequenzumsetzer:  $a_E = 1,5 \text{ dB}$
- Funkfeldlänge:  $d = 50 \text{ km}$
- Radiofrequenz:  $f = 6,1 \text{ GHz}$
- Antennengewinne:  $g_s = g_e = 30 \text{ dBi}$
- Leistungspegel am Demodulatoreingang:  $p_d = -5 \text{ dBm}$
- Bandbreite  $B = 40 \text{ MHz}$
- Rauschtemperatur der Empfangsantenne:  $T_A = 255 \text{ K}$
- Umgebungstemperatur des Empfängers:  $T_0 = 290 \text{ K}$
- Rauschzahl des Empfangsverstärkers:  $F_2' = 3 \text{ dB}$



- Wie groß ist die Grundübertragungsdämpfung der Funkstrecke? [  $a_0 = 142 \text{ dB}$  ]
- Wie groß sind die beiden Verstärkungen  $G_1 = G_2$  zu wählen? [  $G_1 = G_2 = 10000$  ]
- Wie groß ist der Störabstand am Eingang des Empfangsverstärkers?  
[  $\rho_A = 55 \text{ dB}$  ]
- Wie groß ist die effektive Systemrauschtemperatur des Empfangszweigs?  
[  $T_E = 545,01 \text{ K}$  ]
- Wie groß ist der Störabstand am Eingang des Demodulators? [  $\rho_D = 51,7 \text{ dB}$  ]
- Zum Senden und Empfangen sollen rotationssymmetrische Reflektorantennen mit einem Flächenwirkungsgrad von  $q = 0,5$  verwendet werden. Welcher Durchmesser ist nötig und welche Halbwertsbreite stellt sich dann ein?  
[  $D = 0,7 \text{ m}$ ,  $\Delta\vartheta = 6,2^\circ$  ]





## Radarsysteme

### Aufgabe 1:

Ein monostatisches Verkehrsrادargerät zur Geschwindigkeitsmessung hat folgende Systemdaten:

Impuls-Spitzenleistung	$P_s = 1 \text{ mW}$
Durchmesser der Parabolantenne	$D = 20 \text{ cm}$
Flächenwirkungsgrad	$q = 0,5$
Frequenz	$f = 2,5 \text{ GHz}$
Systemrauschtemperatur	$T = 2000 \text{ K}$
Bandbreite	$B = 3 \text{ kHz}$
Mindeststörabstand des Echosignals für eine verlässliche Detektion	$\frac{S/N}{\text{dB}} = 10$
Ausbreitungsverluste	$L_{\text{ges}} = 2$

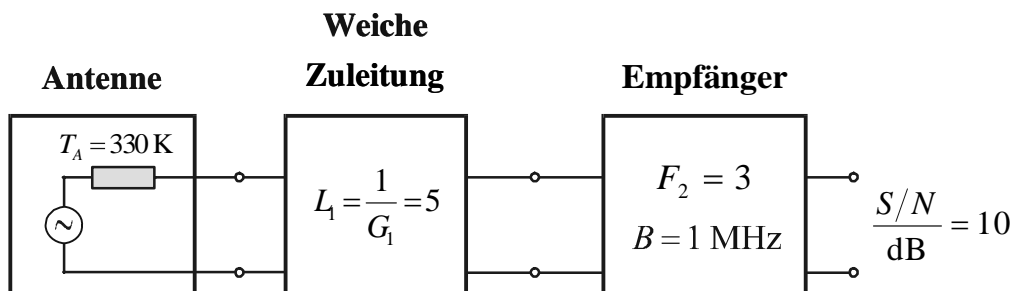
a) Welche Wirkfläche  $A_w$  besitzt die Radarantenne? [ $A_w = 0,01571 \text{ m}^2$ ]

b) Bis zu welcher Maximalentfernung  $R_{\text{max}}$  kann dieses System ein kleines Fahrzeug mit einem Radarquerschnitt von  $\sigma = 0,2 \text{ m}^2$  noch sicher detektieren?

$$[R_{\text{max}} = 113,3 \text{ m}]$$

**Aufgabe 2:**

Ein monostatisches Primärradar arbeitet im Impulsbetrieb mit einem HF-Träger bei  $f = 3 \text{ GHz}$ . Die Impuls-Spitzenleistung beträgt  $P_s = 10 \text{ kW}$ . Die zum Senden und Empfangen verwendete Rotationsparabolantenne hat eine Wirkfläche von  $A_w = 8 \text{ m}^2$ . Die Daten des Radarempfängers sind im folgenden Bild dargestellt.



- a) Wie hoch sind Gewinn und Halbwertsbreite der Radarantenne?  
[  $g = 40 \text{ dBi}$ ,  $\Delta\vartheta = 1,965^\circ$  ]
- b) Für eine sichere Detektion ist am Empfängerausgang ein Störabstand von 10 dB erforderlich. Wie groß ist somit die maximale Entfernung (Leistungreichweite  $R_{\max}$ ) eines Zieles mit einem Radarquerschnitt von  $\sigma = 1 \text{ m}^2$ ? Mögliche Ausbreitungsstörungen sollen durch eine Schwundreserve von 5 dB berücksichtigt werden. [  $R_{\max} = 40,37 \text{ km}$  ]
- c) Wie groß darf die Wiederholfrequenz  $f_p = 1/T_p$  der Radarimpulse höchstens sein, damit das Echo eines  $R_{\max}$  entfernten Zieles gerade noch empfangen wird, bevor der nächste Sendeimpuls die Antenne verläßt? [  $f_p = 3,715 \text{ kHz}$  ]
- d) Die Entfernungsauflösung der Radaranlage soll  $\Delta R = 50 \text{ m}$  sein. Wie groß darf daher die Impulsdauer  $\tau_p$  höchstens werden? Wie groß ist dann das Tastverhältnis  $\tau_p/T_p$  und die mittlere Sendeleistung?  
[  $\tau_p = 0,333 \mu\text{s}$ ,  $\tau_p/T_p = 1/807$ ,  $\bar{P}_s = 12,39 \text{ W}$  ]
- e) Welches Volumen  $V$  nimmt ein Radarimpuls der Dauer  $\tau_p$  im Raum näherungsweise ein, wenn er sich im Abstand  $r = 5 \text{ km}$  vom Radar befindet und Sie nur den Bereich bis zu seiner Halbwertsbreite berücksichtigen? Überlappen sich die Echos zweier Ziele, die sich in diesem Volumen aufhalten?  
[  $V = \frac{\pi}{4} (r \Delta\vartheta)^2 c_0 \tau_p = 2,31 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ , Falls  $\Delta r > \Delta R = 50 \text{ m}$  gibt es keine Überlappung, obwohl beide Ziele im Inneren des Pulsvolumens liegen. ]