Bachelor-Arbeit

Matlab-Simulation eines Pendelversuchs zur Demonstration chaotischen Verhaltens in der Elektrotechnik

Verfasser: Harilla Steri

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Klaus Werner Kark
Prof. Dr.-Ing. Siegfried Osterrieder

Zum Verfasser

Geburtsdatum: 22.05.1990
2010-2013 Bachelorstudium in Hochschule Ravensburg-Weingarten

Okt. 2012 – März 2013 Praktikum bei „Robert Bosch GmbH“ mit dem Thema: „Entwicklung Hochdrucksensoren“

Die Chaostheorie bezeichnet ein nicht klar umgrenztes Teilgebiet der nichtlinearen Dynamik bzw. der dynamischen Systeme, welches der Mathematischen Physik bzw. angewandten Mathematik zugeordnet ist. Ein Prinzip von Chaos ist der Schmetterlingseffekt: Wenn in New Mexico ein Schmetterling mit seinen Flügeln schlägt, könnte damit im tausende Kilometer entfernten China ein gewaltiger Wirbelsturm eine Stadt verwüsten.

In manchen Fällen streben Systeme mit verschiedenen Anfangsbedingungen zu demselben Verhalten. Die zugehörigen Bahnen im Phasenraum konvergieren dann zu einem bestimmten Zustand, der als Attraktor bezeichnet wird. Bei einem freien Pendel mit Reibung wäre das der Ruhezustand, das heißt der Koordinatenursprung im Phasendiagramm, zu dem alle Bahnen spiralförmig hinstreben. In diesem Fall handelt es sich um einen punktförmigen Attraktor, einen Fixpunkt. Im magnetischen Fall hingegen, können kleinste Änderungen der Anfangsbedingungen zu völlig verschiedenen Bahnen führen und es wird ein anderer Attraktor angesteuert.

Für diesen Versuch wurde ein starres, magnetisches Pendel in Matlab simuliert, das aus seiner Ruhelage losgelassen wird. Die frei wählbaren Parameter sind: magnetische Kräfte, Dämpfung d, Gravitation g und die Anzahl n der Magnete. Die Simulation kann für zwei, drei oder vier Magnete durchgeführt werden. Dazu wurde eine benutzerfreundliche GUI programmiert. Die Anzahl der Magnete und die Auflösung werden aus einem Popup Menu ausgewählt, die Kräfte und die Dämpfung aus einer Edit Box und die Gravitation mit Hilfe eines Sliders.

Die Betätigung der Buttons startet die Ausführung einer MATLAB Code-Sequenz. Der „Plot Line“ Button skizziert eine Bahnkurve des chaotischen Pendels bei gegebenem Anfangspunkt (Xs,Ys). Der Button „Plot Map“ skizziert alle Attraktionsgebiete des Pendels. Jedes Pixel bildet einen Anfangspunkt des Pendels und trägt die Farbe seines zugehörigen Attraktors. Jedes Bild, das von dem Button „Plot Map“ generiert wurde, wird automatisch gespeichert. Der Button „Load Map“ lädt diese gespeicherten Bilder.

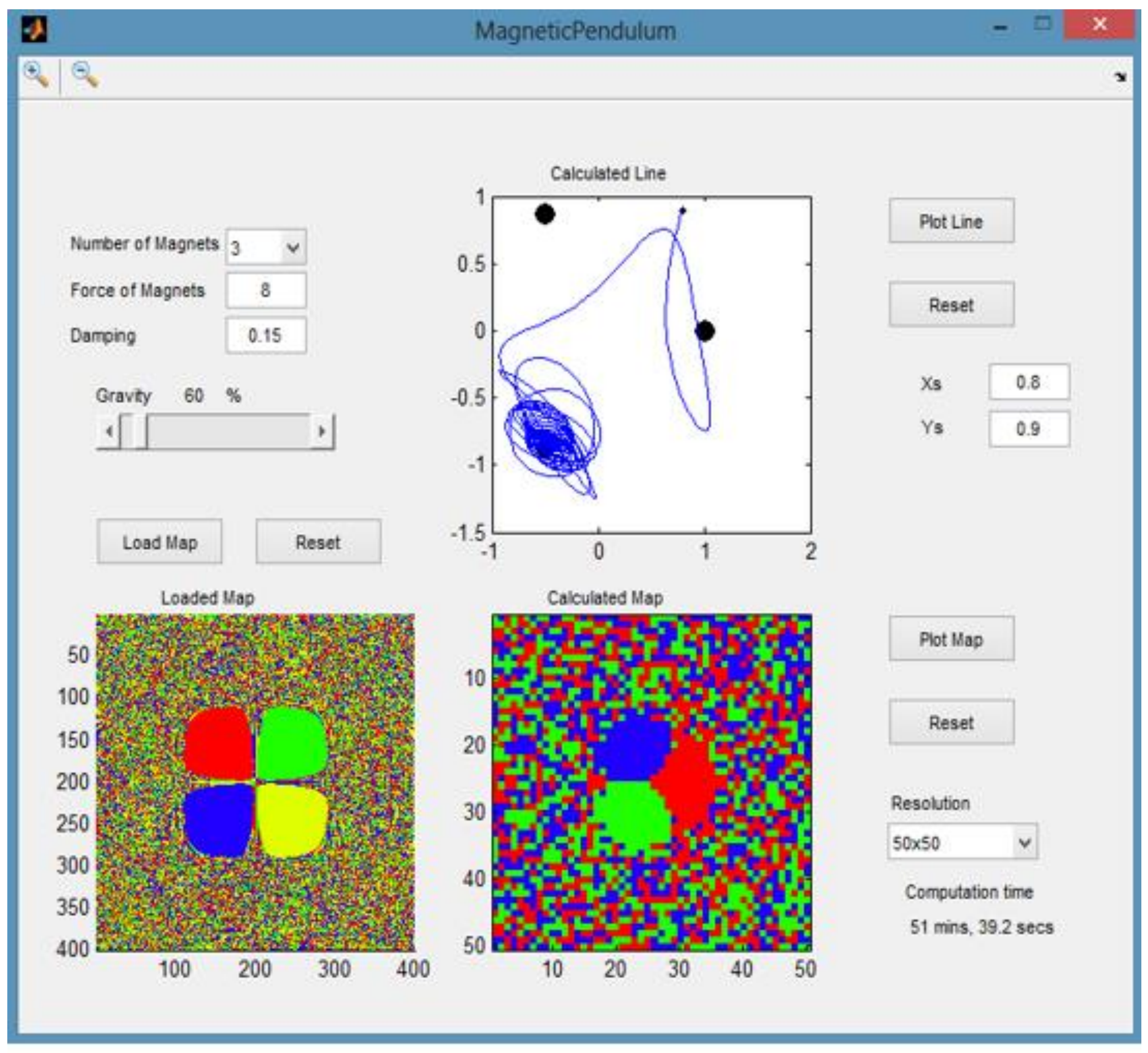

Abbildung 1 – GUI

In Abhängigkeit von der Anzahl der Magnete wird die Distanz zwischen den Magneten berechnet. Bei zwei Magneten ist die Rechnung simpel. Bei drei oder vier Magneten werden diese in einem gleichseitigen Dreieck mit $\alpha = \beta = \gamma = 60°$ bzw. in einem Quadrat angeordnet (siehe unten).

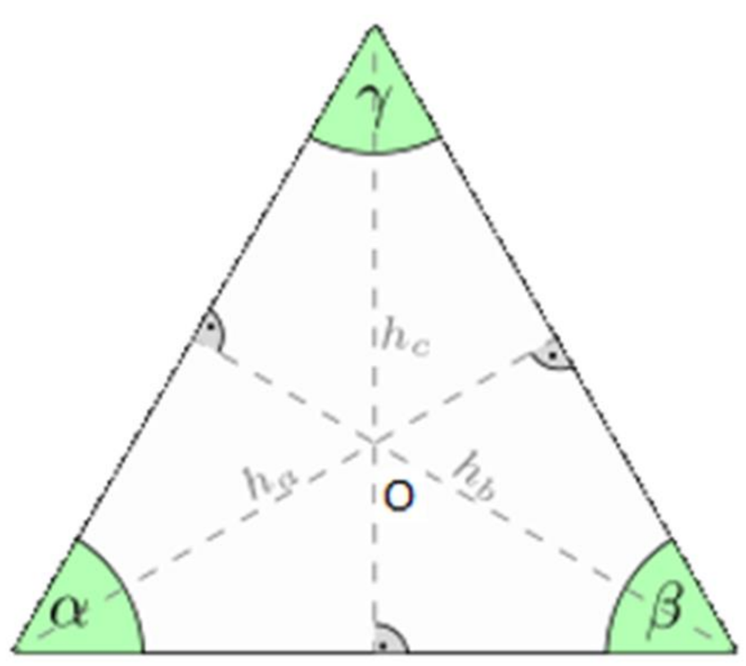

Abbildung 2 - Gleichseitiges Dreieck

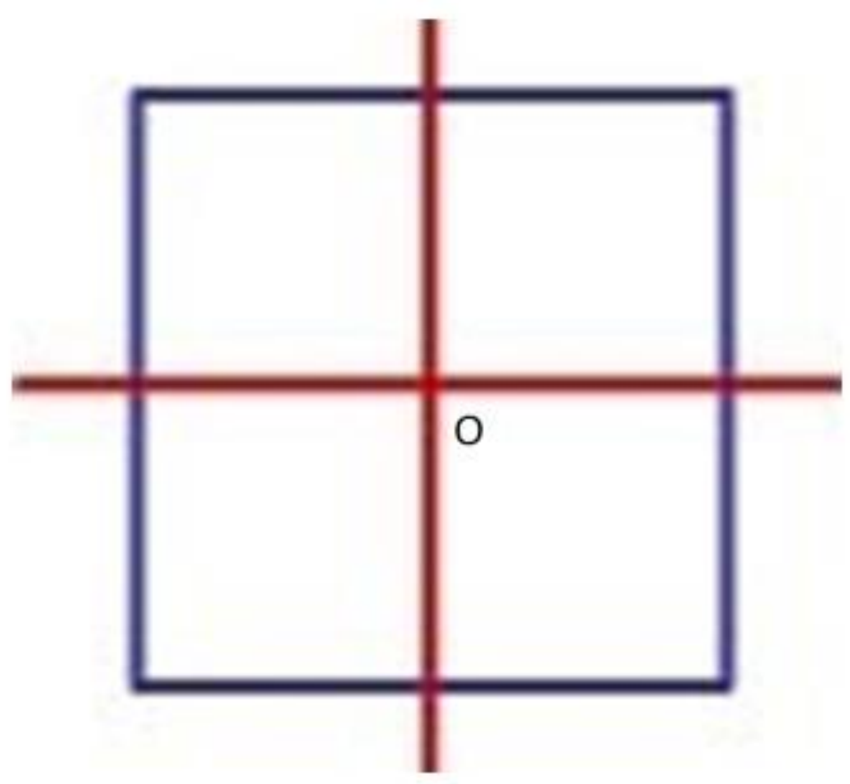

Abbildung 3 - Quadrat

Die Bewegungsgleichung des Magnets lautet:

$$\ddot{\vec{r}}(t) + d\,\vec{r} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\vec{r}_i}{\left\|\vec{r}_i\right\|^3} + g\,\vec{r} = 0$$

Um diese Gleichung zu lösen, nutzt man den Matlab Differenzialgleichungs-Solver ODE45. ODE steht für „ordinary differential equation“, und die Ziffern 4 und 5 stehen für „4-te und 5-te Ordnung“.

Der Ursprung (0,0) befindet sich im Punkt O. Die Magnete liegen in den Ecken des Dreiecks bzw. des Quadrats. Die Höhe des Dreiecks bzw. die Kantenlänge des Quadrats sind bekannt. Mit Hilfe trigonometrischer Beziehungen kann man die Koordinaten der jeweiligen Magnete berechnen.

Eine Bahnkurve des magnetischen Pendels für drei Magnete und die Attraktionsgebiete für drei und vier Magnete werden in Abbildung 1 dargestellt. Bei der Grafik mit drei Magneten sind die Pixels deutlicher erkennbar, weil hier die Auflösung niedriger ist.

In den Abbildungen 4 und 5, sieht man sowohl eine Bahnkurve als auch die Attraktionsgebiete für zwei Magnete.

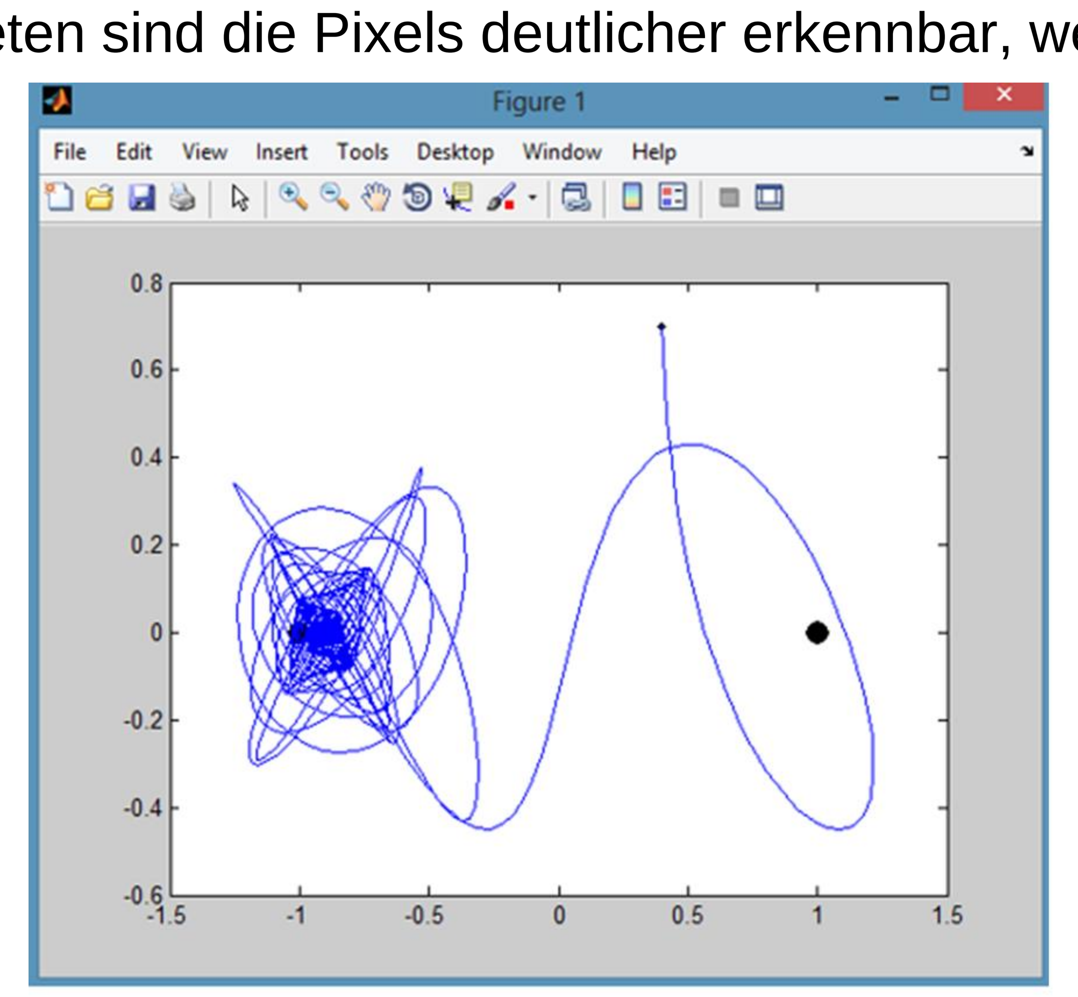

Abbildung 4 - Bahnkurve für 2 Magnete

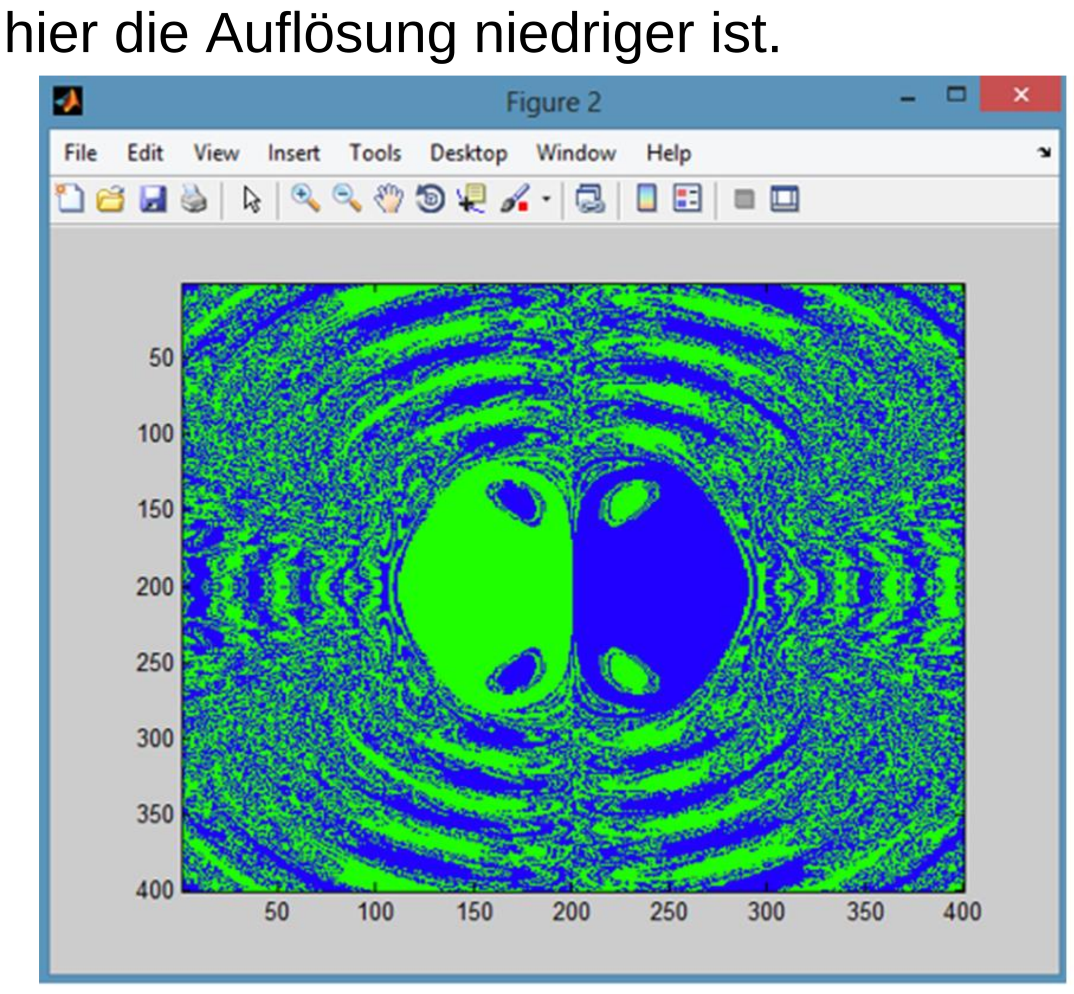

Abbildung 5 - Attraktionsgebiete für 2 Magnete