

Ein Beitrag zum Abstrahlungsmechanismus von Doppelkonusantennen

On the Radiation Mechanism of Biconical Antennas

Von Roland Dill* und Klaus Kark**

Herrn Prof. Dr.-Ing. Gerhard Piefke zum 70. Geburtstag gewidmet

Übersicht:

Der Abstrahlungsmechanismus von Doppelkonusantennen wird mit Hilfe von Feldlinienbildern verdeutlicht. Dazu wird eine neue Theorie zur graphischen Darstellung eines Antennenstrahlungsfeldes in Kugelkoordinaten entwickelt. Feldlinien werden unter der Bedingung gezeichnet, daß sie zwischen sich jeweils den gleichen elektrischen Fluß führen; die Feldliniendichte ist dann ein Maß für die örtliche Stärke des elektrischen Feldes. Außerdem wird ein Differentialgleichungssystem abgeleitet und gelöst, das die zeitliche Bewegung der Feldlinien beschreibt. Momentanaufnahmen bei der Anregung mit der TEM-Welle werden dargestellt.

Abstract:

The radiation mechanism of biconical antennas is investigated by means of field-line images. To that end, a new theory for graphical representation of antenna radiation fields in spherical coordinates is developed. All plots are presented in such a manner, that there is always carried the same electric flux between two neighbouring field lines. Thus, the field-line density is a criterion for the local strength of the electric field. In addition a differential equation system is derived and solved, which describes the time-dependent evolution of a field-line pattern. Several field-line images are shown for a TEM excitation.

Für die Dokumentation:

Doppelkonusantenne / Orthogonalentwicklung / Feldlinien

1. Einleitung

Die Doppelkonusantenne ist wegen ihres einfachen Aufbaus und ihrer sehr guten Breitbandeigenschaften eine oft verwendete Rundstrahlantenne. Auch erweist sich diese Antennenform für die mathematische Analyse besonders geeignet, da ihre geometrischen Ränder als Koordinatenflächen des Kugelkoordinatensystems beschreibbar sind. Mit Hilfe einer Modenanpassung (Orthogonalentwicklung) können die Sende- und Empfangseigenschaften der Doppelkonusantenne mit einer im Ansatz exakten Methode analysiert werden [4]. Für die Eingangsimpedanz, die Direktivität und die Fernfeldrichtdiagramme der mit der TEM-Welle erregten Doppelkonusantenne erhält man schon sehr gute Näherungen, wenn man nur wenige Moden bei der numerischen Auswertung berücksichtigt [12, 9, 10].

Der numerische Aufwand steigt jedoch sehr stark an, wenn man die Feldlinienbilder dieser Antenne berechnen will. Denn dann müssen die Feldstärken in jedem Raumpunkt möglichst exakt berechnet werden; d.h. man muß sehr viele Moden bei einer Orthogonalentwicklung berücksichtigen. Der numerische Aufwand lohnt jedoch, da man dann den Abstrahlungs- bzw. Empfangsmechanismus der Antenne veranschaulichen kann. Besonders lehrreich und interessant ist es, wenn man mit Hilfe von Momentanaufnahmen die zeitliche Entwicklung des Feldlinienbildes verfolgt. Auch kann mit Hilfe von Feldlinienbildern das Design einer Antenne verbessert werden. Man sieht z.B. auf einen Blick, wo die Feldstärke auf der Antennenberandung sehr große Werte annimmt und kann dann dort die Leitfähigkeit oder die Antennenform verändern, um den Wirkungsgrad und die Rauschtemperatur zu verbessern.

2. Die Felddbilder der abstrahlenden Doppelkonusantenne

Voraussetzung für die Berechnung von Feldlinienbildern ist die Kenntnis der Feldstärke in beliebigen Raumpunkten. Deshalb wird im folgenden zunächst eine Orthogonalentwicklung zur Feldberechnung durchgeführt [2, 11]. Anschließend wird die Differentialgleichung einer Feldlinie hergeleitet, numerisch gelöst und das Ergebnis graphisch dargestellt [5]. Durch Vorgabe beliebiger Startwerte kann man somit unendlich viele Feldlinien finden. Sinnvoller ist es jedoch, wenn man nur bestimmte Startwerte auswählt. Unter der Maßgabe, daß zwischen zwei benachbarten Feldlinien jeweils der gleiche elektrische Fluß fließen soll, wird eine Rekursionsbeziehung für die Startwerte abgeleitet. In der graphischen Darstellung der Feldlinien ist ihr gegenseitiger Abstand dann ein Maß für die Stärke des lokalen elektrischen Feldes. Man erhält so einen Überblick über die Feldstärkeverteilung um die Antenne.

Der Abstrahlungsmechanismus einer Antenne kann jedoch nur analysiert werden, wenn die zeitliche Veränderung des Feldlinienbildes bekannt ist, wenn man also die Ablösung der Feldlinien von der Antenne beobachten kann. Deshalb werden eine Differentialgleichung, welche die Bewegung eines Feldpunktes mit der Zeit beschreibt, abgeleitet und gelöst und die Felddbilder für mehrere Zeitpunkte dargestellt.

2.1 Berechnung der elektromagnetischen Felder

Das mathematische Modell der Doppelkonusantenne ist in **Bild 1** dargestellt. Die Anordnung ist rotations-symmetrisch um die z-Achse, die schraffierten Flächen sind ideal leitend, Permittivität und Permeabilität sind durch ϵ_0 und μ_0 gegeben. Im Ursprung des Kugelkoor-

* Siemens AG, München

** Siemens AG, Unterschleißheim

dinatensystems sind eine ideale Quelle und eine ideale Senke jeweils punktförmig angeordnet. Die Quelle regt die TEM-Welle an; die Senke koppelt diese Welle moden-selektiv aus. Durch diese Annahmen wird die Funktion einer Anschlußleitung idealisiert.

In den beiden Raumteilen (I) und (II) werden die elektromagnetischen Felder durch unendliche Reihen über die Eigenfunktionen beschrieben. Die Entwicklungskoeffizienten sind zunächst noch unbekannt; sie können jedoch mit Hilfe einer gegenläufigen Orthogonalentwicklung berechnet werden. Durch die Orthogonalentwicklung wird die Stetigkeit der transversalen elektrischen und magnetischen Feldstärke an der Raumteilgrenze in der Antennenapertur bei $r=l$ erreicht.

Die TEM-Welle als Speisewelle der Doppelkonusantenne besitzt die Feldkomponenten E_ϑ und H_φ . Wegen der rotationssymmetrischen Antennengeometrie ($\partial/\partial\varphi=0$) werden durch Beugung und Reflexion nur rotationssymmetrische TM_0 -Wellen in den Raumteilen (I) und (II) angeregt. Diese Wellen besitzen die Feldkomponenten E_r , E_ϑ und H_φ . Im Freiraum lautet der vollständige Feldansatz im Zeitbereich:

$$\frac{E_r^{(I)}(t)}{E_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(kr)^2} P_n(\cos \vartheta) \operatorname{Re} \{-j a_{0n}^{(I)} \hat{H}_n^{(2)}(kr) e^{j\omega t}\}, \quad (1)$$

$$\frac{E_\vartheta^{(I)}(t)}{E_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{kr} \frac{\partial P_n(\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} \operatorname{Re} \left\{ -j a_{0n}^{(I)} \frac{\partial \hat{H}_n^{(2)}(kr)}{\partial kr} e^{j\omega t} \right\}, \quad (2)$$

$$\frac{Z_0 H_\varphi^{(I)}(t)}{E_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{kr} \frac{\partial P_n(\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} \operatorname{Re} \{-a_{0n}^{(I)} \hat{H}_n^{(2)}(kr) e^{j\omega t}\}. \quad (3)$$

Im Antenneninnenraum sind die TM_0 -Wellen stehende Wellen, da sie im Koordinatenursprung wegen der modenselektiven Senke reflektiert werden. Deswegen lautet im Raumteil (II) der vollständige Feldansatz im Zeitbereich:

$$\frac{E_r^{(II)}(t)}{E_0} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mu_i(\mu_i+1)}{(kr)^2} [P_{\mu_i}(\cos \vartheta) + h_{0i} P_{\mu_i}(-\cos \vartheta)] \operatorname{Re} \{-j b_{0i}^{(II)} \hat{J}_{\mu_i}(kr) e^{j\omega t}\}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_\vartheta^{(II)}(t)}{E_0} = & \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{kr} \left[\frac{\partial P_{\mu_i}(\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} + h_{0i} \frac{\partial P_{\mu_i}(-\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} \right] \operatorname{Re} \left\{ -j b_{0i}^{(II)} \frac{\partial \hat{J}_{\mu_i}(kr)}{\partial kr} e^{j\omega t} \right\} \\ & + \frac{1}{kr \sin \vartheta} \operatorname{Re} \{ j(a_{00}^{(II)} e^{-jkr} + b_{00}^{(II)} e^{jkr}) e^{j\omega t} \}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{Z_0 H_\varphi^{(II)}(t)}{E_0} = & \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{kr} \left[\frac{\partial P_{\mu_i}(\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} + h_{0i} \frac{\partial P_{\mu_i}(-\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} \right] \operatorname{Re} \{-b_{0i}^{(II)} \hat{J}_{\mu_i}(kr) e^{j\omega t}\} \\ & + \frac{1}{kr \sin \vartheta} \operatorname{Re} \{ j(a_{00}^{(II)} e^{-jkr} - b_{00}^{(II)} e^{jkr}) e^{j\omega t} \}. \end{aligned} \quad (6)$$

In (1) bis (6) ist E_0 eine reelle, dimensionsbehaftete Normierungskonstante, und $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ ist der Feldwellenwiderstand des freien Raumes. $P_n(\cos \vartheta)$ sind die Legendre-Polynome, und $P_{\mu_i}(\cos \vartheta)$ sind die Legendre-Funktionen 1. Art. $\hat{J}_{\mu_i}(kr)$ und $\hat{H}_n^{(2)}(kr)$ sind die Riccati-Besselfunktionen bzw. die Riccati-Hankelfunktionen 2. Art. Zwischen den Riccati-Zylinderfunktionen und den gewöhnlichen Zylinderfunktionen besteht die Beziehung [1]:

$$\hat{Z}_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi kr}{2}} Z_{n+1/2}(kr).$$

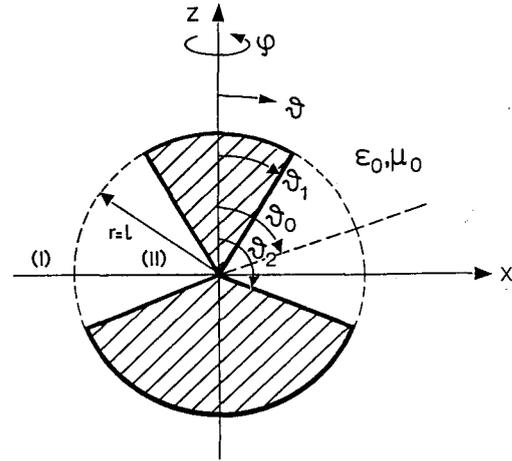


Bild 1: Längsschnitt der Doppelkonusantenne in der meridionalen r - ϑ -Ebene
 ϑ_0 ist hier der Aperturmittenwinkel. Die Kugeloberfläche bei $r=l$ trennt die Raumteile (I) und (II).

Die Eigenwerte μ_i und die Konstanten h_{0i} sind durch die Randbedingungen im Doppelkonus

$$\begin{aligned} E_r^{(II)}(\vartheta = \vartheta_1) &= 0 \\ E_r^{(II)}(\vartheta = \vartheta_2) &= 0 \end{aligned}$$

bestimmt. Man erhält mit Hilfe von (4) die beiden Bestimmungsgleichungen:

$$\begin{aligned} P_{\mu_i}(\cos \vartheta_1) P_{\mu_i}(-\cos \vartheta_2) - P_{\mu_i}(-\cos \vartheta_1) P_{\mu_i}(\cos \vartheta_2) &= 0, \\ h_{0i} &= -\frac{P_{\mu_i}(\cos \vartheta_1)}{P_{\mu_i}(-\cos \vartheta_1)}. \end{aligned}$$

Die Koeffizienten $a_{0n}^{(I)}$ und $b_{0i}^{(II)}$ sind die komplexen Amplituden der angeregten Eigenmoden in den Raumteilen (I) und (II), die durch die Methode der Ortho-

gonalentwicklung bestimmt werden. $a_{00}^{(I)}$ ist die Amplitude der anregenden TEM-Welle; $b_{00}^{(II)}$ gibt den TEM-Modenteil an, der in der Senke absorbiert wird. Zur numerischen Auswertung der Feldanpassung in der Antennenapertur bei $r=l$ müssen die unendlichen Reihen in den Felddarstellungen der Gleichungen (1) bis (6) abgebrochen werden. Im Doppelkonus (Raumteil (II)) wurden i_E TM_{0i} -Wellen und im Freiraum (Raumteil (I)) n_E TM_{0n} -Wellen berücksichtigt. Der Approximationsfehler nimmt mit steigender Modenanahl ab. Um das Auftreten des Phänomens der relativen Konvergenz [7] zu vermeiden,

wurde das Wellenzahlverhältnis abhängig vom Aperturöffnungswinkel wie folgt gewählt:

$$\frac{1 + i_E}{n_E} \approx \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{180^\circ}.$$

Für den Spezialfall einer symmetrischen Doppelkonusantenne ($\vartheta_1 + \vartheta_2 = 180^\circ$) werden im Freiraum nur ungerade TM_{0n} -Wellen mit $n = 1, 3, 5, \dots$ angeregt, im Antenneninnenraum dagegen nur gerade TM_{0i} -Wellen mit $i = 2, 4, 6, \dots$. Bei der Analyse der unsymmetrischen Doppelkonusantenne müssen jeweils alle TM_0 -Wellen angesetzt werden.

2.2 Die Differentialgleichung der elektrischen Feldlinien

Zeichnet man in einem beliebigen Punkt einer elektrischen Feldlinie die Tangente, so stimmt ihre Richtung mit der Richtung des elektrischen Feldes in diesem Punkt überein. Diese Konstruktionsvorschrift für eine Feldlinie läßt sich mathematisch mit Hilfe eines vektoriellen Linienelements \vec{ds} wie folgt beschreiben:

$$\vec{E} \times \vec{ds} = \vec{0}. \quad (7)$$

Die Auswertung dieser Gleichung wird sehr einfach, wenn die beiden Feldkomponenten E_r und E_ϑ des Vektorfeldes $\vec{E}(r, \vartheta)$ die Integrabilitätsbedingung

$$\frac{\partial E_\vartheta}{\partial r} = -\frac{\partial(rE_r)}{\partial \vartheta} \quad (8)$$

erfüllen würden [8]. Dann wären die Feldlinien von \vec{E} identisch mit den auf die r - ϑ -Ebene projizierten Äquipotentiallinien (Niveaulinien) einer skalaren Potentialfunktion $\Phi(r, \vartheta)$, für deren partielle Ableitungen gilt:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = E_\vartheta \quad \text{und} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} = -rE_r.$$

Die Gleichungen (1) und (2) bzw. (4) und (5) zeigen jedoch, daß beim Doppelkonus die Integrabilitätsbedingung (8) nicht erfüllt ist, und deshalb muß in diesem Abschnitt Gleichung (7) direkt, d.h. ohne Einführung einer Potentialfunktion, ausgewertet werden. Setzt man nur in der r - ϑ -Ebene des Kugelkoordinatensystems ($\varphi = \text{const.}$)

$$\vec{E}(t) = E_r(t)\vec{e}_r + E_\vartheta(t)\vec{e}_\vartheta$$

und

$$\vec{ds} = dr\vec{e}_r + rd\vartheta\vec{e}_\vartheta$$

in (7) ein, und normiert man mit der Ausbreitungskonstanten $k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$, so erhält man die Differentialgleichung der elektrischen Feldlinien:

$$\frac{dkr}{d\vartheta} = kr \frac{E_r(r, \vartheta, t)}{E_\vartheta(r, \vartheta, t)}. \quad (9)$$

Für eine numerische Auswertung eignet sich diese Gleichung nicht, da für eine Feldlinie keine eindeutige Beziehung zwischen den Kurvenkoordinaten r und ϑ besteht. Gleichung (9) wird deshalb in eine Parameterform mit dem Parameter ds übergeführt [3]. Bildet man für die Koordinaten r und ϑ die Richtungsableitung längs des Kurvenbogens ds , so erhält man ein gekoppeltes System von zwei gewöhnlichen Differentialgleichungen:

$$\frac{dkr}{ds} = \frac{E_r}{\sqrt{E_r^2 + E_\vartheta^2}},$$

$$\frac{d\vartheta}{ds} = \frac{1}{kr} \frac{E_\vartheta}{\sqrt{E_r^2 + E_\vartheta^2}}.$$

Durch Vorgabe eines ersten Feldlinienpunktes (r_0, ϑ_0) bzw. des Startparameters s_0 entsteht ein Anfangswertproblem, dessen Lösung die Gleichung einer Feldlinie in der r - ϑ -Ebene beschreibt. Die Lösungsgleichungen lauten in Integralform:

$$kr(s) = kr_0 + \int_{ks_0}^{ks} \frac{E_r(s')}{\sqrt{E_r^2(s') + E_\vartheta^2(s')}} dk s', \quad (10)$$

$$\vartheta(s) = \vartheta_0 + \int_{ks_0}^{ks} \frac{1}{kr(s')} \frac{E_\vartheta(s')}{\sqrt{E_r^2(s') + E_\vartheta^2(s')}} dk s'. \quad (11)$$

Die Feldkomponenten E_r und E_ϑ sind durch (1), (2) und (4), (5) gegeben. Mit Hilfe des Runge-Kutta-Verfahrens vierter Ordnung [13] für Systeme von Differentialgleichungen erhält man durch fortlaufende Integration der gekoppelten Gleichungen (10) und (11) diskrete Stützstellen längs des Bogens einer Feldlinie. Als günstig hat sich eine Schrittweite

$$\Delta s = s_{i+1} - s_i \approx \lambda/100$$

zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stützstellen s_{i+1} und s_i erwiesen, wobei λ die Wellenlänge der anregenden TEM-Welle ist. Die berechneten Wertepaare (r_i, ϑ_i) werden dann durch eine Interpolation mit kubischen Splines zu einer Feldlinie verbunden. Kein Unterschied in der Vorgehensweise ergibt sich bei der Konstruktion magnetischer Feldlinien. Im hier betrachteten Fall einer mit der TEM-Welle erregten Doppelkonusantenne sind die magnetischen Feldlinien konzentrische Kreise um die z -Achse. Ihre Darstellung erscheint wenig interessant, daher haben wir darauf verzichtet.

2.3 Erstellen eines Feldlinienbildes

Mit (10) und (11) lassen sich für beliebige Startwerte (r_0, ϑ_0) Feldlinien berechnen. Sinnvoller ist es jedoch, die Startwerte so zu wählen, daß jeweils zwei benachbarte Feldlinien einen vorgegebenen elektrischen Fluß zwischen sich führen. Unter Beachtung dieser Bedingung wird im folgenden eine Rekursionsbeziehung zwischen den Startwerten verschiedener Feldlinien hergeleitet. Wählt man für alle Feldlinien als Startwert ϑ_0 den Aperturmittenwinkel der Doppelkonusantenne

$$\vartheta_0 = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2},$$

so muß nur noch der radiale Abstand zwischen zwei Feldlinien an der Stelle ϑ_0 bestimmt werden. Für den elektrischen Fluß Ψ im Vakuum, der durch eine Fläche A hindurchtritt, gilt die Formel:

$$\Psi = \varepsilon_0 \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}. \quad (12)$$

Wählt man das differentielle Flächenelement entsprechend

$$d\vec{A} = \sin \vartheta_0 r dr d\varphi \vec{e}_\vartheta, \quad (13)$$

und nimmt man von der Feldkomponente E_ϑ den Betrag, so erhält man für die rotationssymmetrischen TM_0 -Moden mit (12) die Beziehung:

$$\Psi = \frac{2\pi\varepsilon_0}{k^2} \sin \vartheta_0 \int_{kr_0}^{kr_0^*} |E_\vartheta| kr dk r, \quad (14)$$

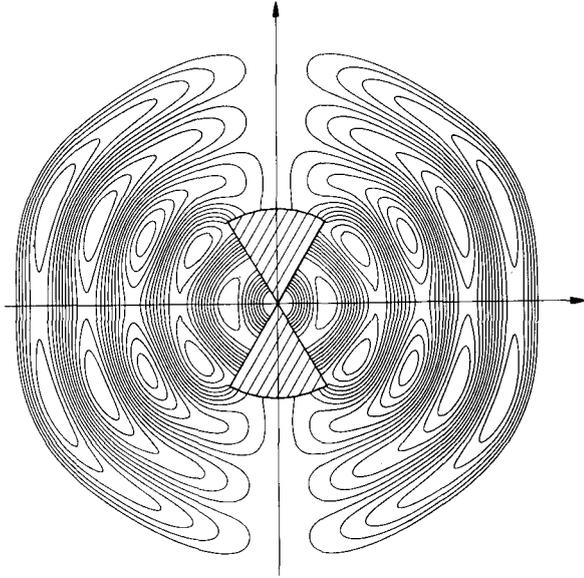


Bild 2: Elektrisches Feldlinienbild einer mit der TEM-Welle gespeisten symmetrischen Doppelkonusantenne zum Zeitpunkt $t = t_0 = 0$. Die Antennenabmessungen betragen $l/\lambda = 1$, $\vartheta_1 = 30^\circ$, $\vartheta_2 = 150^\circ$. Es wurden $n_E = 35$ und $i_E = 22$ TM_0 -Wellen angesetzt.

wobei E_ϑ durch (2) bzw. (5) gegeben ist. Durch die Wahl von $d\vec{A}$ entsprechend (13) bleibt in der Rekursionsbeziehung (14) der elektrische Fluß in radialer Richtung, verursacht durch eine elektrische Feldkomponente E_r , unberücksichtigt. Dies bedeutet jedoch keine wesentliche Verletzung der Rekursionsbedingung, da in der Aperturmitte der mit der TEM-Welle gespeisten Doppelkonusantenne im symmetrischen Fall $E_r(r, \vartheta_0) = 0$ ist, und im unsymmetrischen Fall gilt:

$$\frac{|E_r(r, \vartheta_0)|}{|E_\vartheta(r, \vartheta_0)|} \ll 1. \quad (15)$$

Der Rekursionswinkel ϑ_0 darf deshalb auch außerhalb der Aperturmitte liegen, sofern nur (15) erfüllt ist. Die Betragsbildung in (14) gewährleistet, daß sich entgegengesetzt gerichtete Flüsse nicht kompensieren können, wenn man über eine Nullstelle der elektrischen Feldstärkekomponente E_ϑ integriert. Gleichung (14) ist die Rekursionsbeziehung zwischen dem Startwert r_0^v der v -ten Feldlinie und dem Startwert r_0^{v+1} der $(v+1)$ -ten Feldlinie. Mit der Vorgabe der Startwerte der beiden ersten Feldlinien r_0^1 und r_0^2 ist der Fluß Ψ festgelegt, und durch numerisches Lösen von (14) nach r_0^{v+1} mit einem Nullstellensuchverfahren (z.B. Newton-Iteration) erhält man die Startwerte weiterer Feldlinien $r_0^3, r_0^4, r_0^5, \dots$. Die Fixpunktiteration lautet somit:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial v} = 0.$$

Als günstig hat sich erwiesen, die Iteration mit dem Startwert

$$kr_0^{v+1} = 2kr_0^v - kr_0^{v-1}$$

für $v = 2, 3, 4, \dots$ zu beginnen. Das Integral in (14) muß wegen der Betragsbildung numerisch (z.B. mit Gauß-Quadratur, siehe [1]) berechnet werden.

In Bild 2 ist für eine, mit der TEM-Welle gespeiste, symmetrische Doppelkonusantenne das Feldbild in der

r - ϑ -Ebene zum Zeitpunkt $t = t_0$ dargestellt. Der Nullphasenwinkel ωt_0 wurde dabei zu Null gewählt. Die Feldlinienrichtung ist in der Darstellung nicht kenntlich gemacht.

2.4 Zeitliche Veränderungen des Feldlinienbildes

In diesem Abschnitt wird die Fortentwicklung eines Feldlinienbildes zu den Zeitpunkten

$$t = t_0 + n\tau \quad \text{für } n = 1, 2, 3, \dots$$

untersucht. τ ist dabei ein geeignet zu wählender zeitlicher Abstand zwischen zwei benachbarten Momentaufnahmen. Bei dieser Untersuchung wird davon ausgegangen, daß sich ein Feldlinienpunkt, mit dem ein infinitesimal kleines Energiepaket identifiziert wird, mit der momentanen Energiegeschwindigkeit $\vec{v}_E(t)$ ausbreitet [6]. Dann kann man für diesen Feldlinienpunkt eine Differentialgleichung herleiten, die seine Bewegung in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. Die Energiegeschwindigkeit ist die Ableitung des Energieweges \vec{ds} nach der Zeit, und in der r - ϑ -Ebene gilt die vektorielle Differentialgleichung:

$$\vec{v}_E = \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{dr\vec{e}_r + r d\vartheta\vec{e}_\vartheta}{dt},$$

bzw. es gelten die skalaren Differentialgleichungen:

$$\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \vec{v}_E \cdot \vec{e}_r = \frac{dkr}{d\omega t}, \quad (16)$$

$$\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \vec{v}_E \cdot \vec{e}_\vartheta = kr \frac{d\vartheta}{d\omega t}. \quad (17)$$

Setzt man in die beiden Gleichungen (16) und (17) für \vec{v}_E den Quotienten aus Energiestromdichte und Energiedichte ein,

$$\vec{v}_E(t) = \frac{\vec{P}(t)}{w(t)} = \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{\frac{\epsilon_0}{2} (E^2 + Z_0^2 H^2)},$$

so erhält man für rotationssymmetrische TM_0 -Wellen das folgende Differentialgleichungssystem zur Bestimmung des Energieweges:

$$\frac{dkr}{d\omega t} = 2 \frac{Z_0 E_\vartheta H_\varphi}{E_\vartheta^2 + E_r^2 + (Z_0 H_\varphi)^2},$$

$$\frac{d\vartheta}{d\omega t} = - \frac{2}{kr} \frac{Z_0 E_r H_\varphi}{E_\vartheta^2 + E_r^2 + (Z_0 H_\varphi)^2}.$$

Mit den Anfangswerten $r(t_0) = r_0$ und $\vartheta(t_0) = \vartheta_0$ lauten dann die gekoppelten Gleichungen für die Bewegung eines Feldlinienpunktes in Abhängigkeit von der Zeit

$$kr(t) = kr_0 + 2 \int_{\omega t_0}^{\omega t} \frac{Z_0 E_\vartheta(t') H_\varphi(t')}{E_\vartheta^2(t') + E_r^2(t') + Z_0^2 H_\varphi^2(t')} d\omega t', \quad (18)$$

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 - \int_{\omega t_0}^{\omega t} \frac{2}{kr(t')} \frac{Z_0 E_r(t') H_\varphi(t')}{E_\vartheta^2(t') + E_r^2(t') + Z_0^2 H_\varphi^2(t')} d\omega t'. \quad (19)$$

Die Gleichungen (18) und (19) werden für einen gegebenen Zeitpunkt t wie auch (10) und (11) mit dem Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung gelöst. Zur numerischen Auswertung der Integrale hat sich eine diskrete zeitliche Schrittweite $\Delta t \approx T/300$ bewährt, wobei T

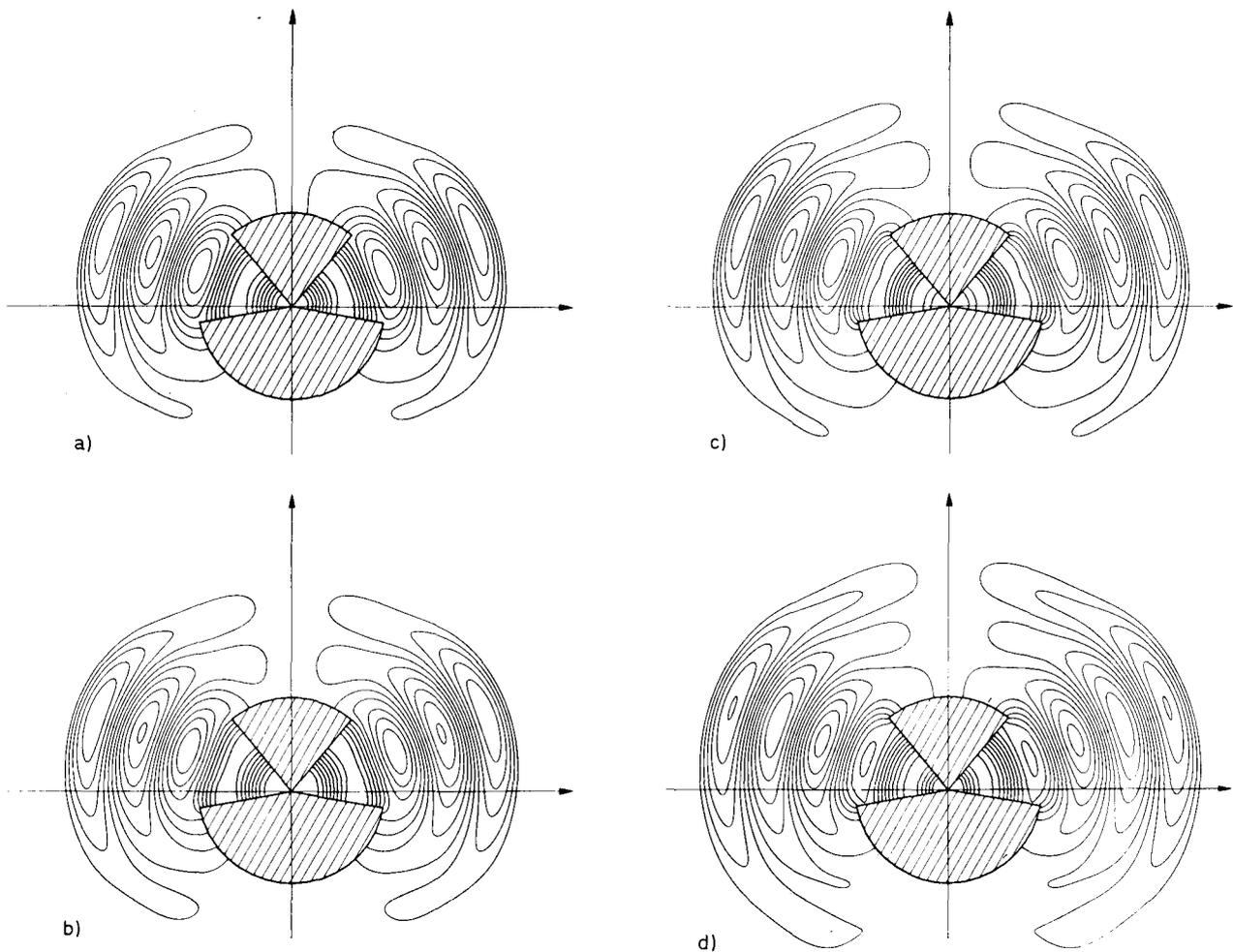


Bild 3: Feldbildbewegung: Feldbilder einer unsymmetrischen Doppelkonusantenne für verschiedene Zeitpunkte $t = t_0 + n\tau$. Es gilt $t_0 = T/16$, $\tau = T/8$ und a) $n=0$, b) $n=1$, c) $n=2$, d) $n=3$. Die Antenne wird mit der TEM-Welle gespeist; die Antennenabmessungen betragen: $l/\lambda = 1$, $\vartheta_1 = 40^\circ$, $\vartheta_2 = 100^\circ$. Es wurden $n_E = 35$ und $i_E = 11$ TM_0 -Wellen angesetzt.

die Periodendauer bezeichnet ($\omega T = 2\pi$). Die Feldkomponenten E_r , E_ϑ und H_φ sind durch (1) bis (6) gegeben. Die errechneten Feldlinienpunkte sind dann wieder Startwerte für die Feldlinienberechnung, wie sie im Abschnitt 2.2 beschrieben wurde.

In den Bildern 3a bis d sind für eine unsymmetrische Doppelkonusantenne die Feldbilder in der r - ϑ -Ebene für verschiedene Zeitpunkte $t = t_0 + n\tau$ während einer Halperiode $T/2$ dargestellt. Der zeitliche Abstand τ zwischen zwei Momentaufnahmen wurde zu $\tau = T/8$ gewählt. Interessanterweise existieren bei diesen Antennenabmessungen Feldlinien, die sich vom oberen Konusteil bereits abgelöst haben, während sie vom unteren Konusteil noch geführt werden. Selbst im Antenneninnenraum kehren manche Feldlinien um, bevor sie die gegenüberliegende Konuswand erreicht haben. Die Rechenzeit für ein Feldlinienbild hängt sehr stark vom Öffnungswinkel der Antennenapertur und vom Stützstellenabstand Δs ab. Auf der Großrechenanlage IBM 3090 benötigt man für einen Öffnungswinkel von $\vartheta_2 - \vartheta_1 = 60^\circ$ und für $\Delta s \approx \lambda/100$ eine Rechenzeit von etwa 50 Sekunden. Die längsten Feldlinien bestehen hier aus etwa 1000 Stützpunkten.

3. Schlußbemerkungen

Die vorgestellte Methode zur graphischen Darstellung von Feldlinien wurde am Beispiel einer Doppelkonus-

antenne hergeleitet. Die Methode ist jedoch allgemein gültig und auch zur Feldlinienberechnung bei beliebigen Antennenformen sowie bei Hohlleiterstrukturen anwendbar. Zur notwendigen Feldberechnung sind neben der Orthogonalentwicklung auch alle anderen numerischen Methoden, wie z. B. die Finite-Elemente-Methode und die Finite-Differenzen-Methode, geeignet.

Das erstellte FORTRAN-Programm eignet sich auch, um die Einzelbilder für einen Trickfilm zu erstellen, der die Wellenabstrahlung von einer Doppelkonusantenne zeigt. Erste Erfahrungen haben gezeigt, daß es ratsam ist, dafür eine Halperiode in 64 Teilbildern zu unterteilen ($\tau = T/128$). Da der Hertzsche Dipol (E_{01} Freiraumwelle) als Grenzfall der Doppelkonusantenne ableitbar ist, können auch die Feldbilder dieser Antenne mit dem entwickelten Programmpaket erstellt und zu einem Trickfilm verarbeitet werden.

An dieser Stelle sei Herrn Prof. Dr.-Ing. A. Vlcek (TH Darmstadt) für wertvolle Diskussionsbeiträge herzlich gedankt.

Literatur:

- [1] Abramowitz, M.; Stegun, I. A.: Handbook of Mathematical Functions. New York: Dover, 1972.
- [2] Dill, R.: Systematische Untersuchung der Eigenschaften von Kegelstrukturen als Mikrowellenantennen mit Hilfe der Orthogonalentwicklung. VDI Fortschrittsberichte, Reihe 21, Nr. 19, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1987.

- [3] Greving, G.: Eine Methode zur numerischen Berechnung räumlicher Feldlinien. Arch. elektr. Übertr. 28 (1974) S. 310—313.
- [4] Grimes, D. M.: Biconical Receiving Antenna. J. Math. Phys., 23 (1982) S. 897—914.
- [5] Kark, K.: Erstellen eines FORTRAN-Programms zum Zeichnen von Feldbildern. Diplomarbeit, TH Darmstadt, 1984.
- [6] Liska, H.: Energietransport in elektromagnetischen Wellenfeldern. Dissertation, TU München, 1970.
- [7] Mitra, R.; Lee, S. W.: Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves. New York: MacMillan, 1971.
- [8] Müller, B.: Die Berechnung des elektromagnetischen Feldes um eine Empfangsantenne. Arch. elektr. Übertr. 26 (1972) S. 73—79.
- [9] Papas, C. H.; King, R.: Input Impedance of a Wide-Angle Conical Antenna Fed by a Coaxial Line. Proc. I.R.E. 37 (1949) S. 1269—1271.
- [10] Papas, C. H.; King, R.: Radiation from Wide-Angle Conical Antennas Fed by a Coaxial Line. Proc. I.R.E. 39 (1951) S. 49—51.
- [11] Piefke, G.: Die Anwendung der Entwicklung nach Eigenfunktionen auf Beugungsprobleme in endlichen Gebieten. Arch. elektr. Übertr. 22 (1968) S. 275—281.
- [12] Schelkunoff, S. A.: Electromagnetic Waves. New York: Van Nostrand, 1943.
- [13] Todd, J.: Survey of Numerical Analysis. New York: McGraw-Hill, 1962.

Dr.-Ing. R. Dill,
Siemens AG, Zentrale Forschung und Entwicklung, Mikroelektronik,
Otto-Hahn-Ring 6, 8000 München 83

Dr.-Ing. K. Kark,
Siemens AG, Bereich Sicherungstechnik, Antennenentwicklung,
Postfach 1661, 8044 Unterschleißheim

(Eingegangen am 15. 9. 1989)